

SKOLORNAS MATEMATIKTÄVLING
Svenska matematikersamfundet

Kvalificeringstävling den 29 september 2015

1. I ett stafettlopp springer den första personen i varje lag 100 meter plus en tiondel av det då kvarvarande avståndet till målgång. Den andra personen springer 200 meter plus en tiondel av det då kvarvarande avståndet till målgång. Den tredje personen springer 300 meter plus en tiondel av det då kvarvarande avståndet till målgång, o.s.v. Alla löpare springer en sträcka var, och dessa sträckor är lika långa. Hur många löpare ingår i ett lag?
2. Givet triangeln ABC , låt punkten D vara spegelbilden av punkten B vid spegling i linjen som innehåller hörnen A och C , och låt punkten E vara spegelbilden av punkten C vid spegling i linjen som innehåller hörnen A och B . Bestäm vinklarna i triangeln ABC om punkterna D och E sammanfaller.
3. Anna, Bertil och Cecilia ska koka varsitt ägg. De tre äggen ska läggas samtidigt i en kastrull med kokande vatten. Anna vill ha sitt ägg kokt i fem minuter, Bertil vill ha sitt kokt i sex minuter, och Cecilia vill ha sitt kokt i sju minuter. Till sin hjälp har de endast tre timglas – ett fyraminuters, ett sju minuters och ett tiominuters. Varje timglas kan vändas flera gånger. Hur ska de gå tillväga så att alla tre blir nöjda?
4. Bestäm det minsta positiva heltal n , som samtidigt kan skrivas som en summa av nio på varandra följande heltal, som en summa av tio på varandra följande heltal, och som en summa av elva på varandra följande heltal.
5. Kvadraten $ABCD$ har sidlängd a . Punkterna E på sidan AB och F på sidan CD är sådana att $|AE| = 2|BE|$ och $|DF| = 4|CF|$. Diagonalen BD skär sträckan CE i punkten P , och diagonalen AC skär sträckan BF i punkten Q . Beräkna arean av fyrhörningen $BCQP$.
6. Tjugofem tennisspelare är numrerade med talen $1, 2, \dots, 25$. De är indelade i fem lag med fem spelare i varje på sådant sätt att summan av spelarnas nummer i varje lag är lika med 65. I en turnering spelar varje spelare mot alla andra spelare utom dem i det egna laget. Efter turneringen visade det sig att alla matcher vanns av den av de två spelarna som hade högre nummer. Vi säger att lag X vinner mot lag Y om spelarna i lag X vunnit fler matcher än de förlorat när de mött spelare från lag Y . Visa att det finns tre lag A, B, C , sådana att A vinner mot B , B vinner mot C , och C vinner mot A .

Skrivtid: 5 timmar

Formelsamling och miniräknare är *inte* tillåtna!

Lösningarna kommer att finnas utlagda på www.mattetavling.se efter den 31 oktober.